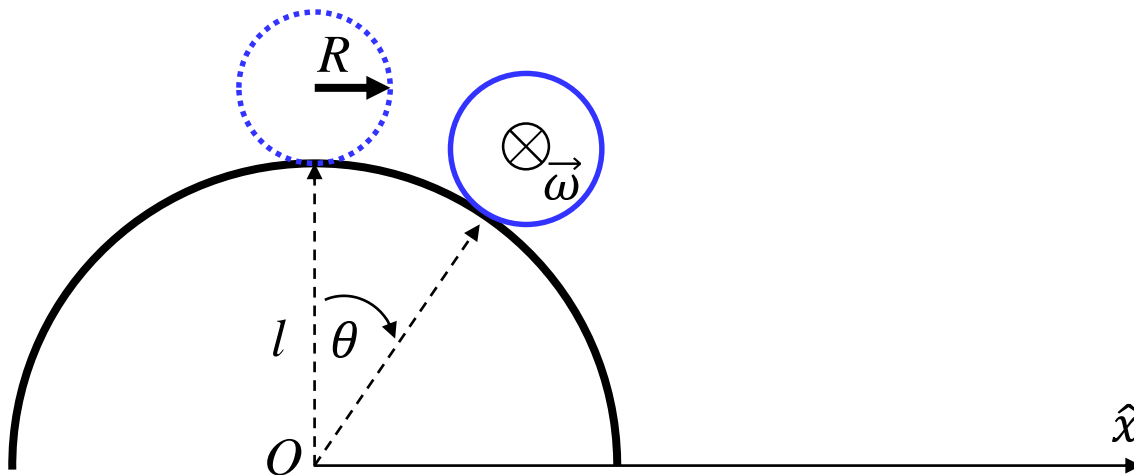


**Exo 1:** Un cylindre creux de masse  $m$ , longueur  $L$ , rayon  $R$  et d'épaisseur négligeable repose sur un support dont la forme est un demi-cylindre de rayon  $l$ , comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Les deux axes de symétrie des cylindres sont parallèles. Le cylindre creux est initialement immobile au sommet du support ( $\theta = 0$ ), puis il se met à rouler sans glisser le long du support. La position du cylindre creux est repérée par l'angle  $\theta$ , tel qu'indiqué sur la figure ci-dessous. On néglige les frottements de l'air.

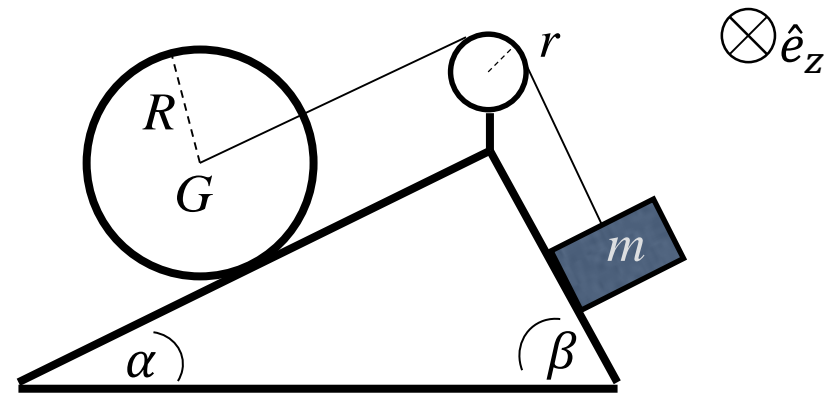
1. Indiquez les forces qui s'exercent sur le cylindre creux. On prendra soin de préciser leur point d'application. Dessinez ces forces sur le schéma, pour la position  $\theta > 0$ .
2. Calculez l'angle critique de décollage  $\theta_c$
3. Déterminez l'équation différentielle du mouvement du cylindre creux selon  $\theta$ , pour  $\theta < \theta_c$  (c'est-à-dire pendant qu'il roule sans glisser sur le support). Exprimez cette équation en fonction de  $R$ ,  $l$  et  $g$ .
4. En assumant que  $l \gg R$ , déterminez la distance  $x$  du point d'impact du cylindre avec le sol par rapport à  $O$



**Exo 2:** Dans le montage suivant, on considère un double plan incliné. À gauche une roue, de masse  $M$ , rayon  $R$  et moment d'inertie  $I_{Gz}$  par rapport à  $G$ , qui roule sans glisser. À droite, une masse  $m$  glisse sur le plan. Dans un premier temps, on néglige les frottements entre la masse  $m$  et le plan. Les deux objets sont reliés par une corde sans masse et inextensible qui passe sans glisser sur une poulie, de masse  $M_p$ , de rayon  $r$ , et de moment d'inertie  $I_{pz}$  par rapport à son axe, située au sommet du double plan. Au niveau de la roue, la corde est fixée à l'axe de la roue.

On lâche le système sans vitesse initiale et on le regarde évoluer.

1. Calculer  $M_I$ , valeur particulière de  $M$ , pour que le système reste immobile.
2. Exprimer l'énergie mécanique du système en mouvement en fonction des données ainsi que de la vitesse  $\dot{x}$  et de la position  $x$  de la masse  $m$  se déplaçant le long du plan de droite.
3. Exprimer l'accélération de la masse  $m$ .



Maintenant, la roue est remplacée par un rouleau de fil sans masse qui a le même moment d'inertie  $I_{Gz}$  par rapport à  $G$ , la même masse  $M$ , et le même rayon  $R$ . Le fil s'enroule comme indiqué sur le dessin autour du cylindre intérieur de diamètre  $R_i$ . De plus, la masse  $m$  subit des frottements secs de coefficient statique  $\mu_s$  et dynamique  $\mu_c$  avec le plan incliné. On remplace la poulie en haut du plan incliné par une poulie de masse négligeable.

4. Représenter sur le schéma les forces s'appliquant sur le rouleau et sur la masse  $m$ .
5. Dans quel intervalle de valeurs se trouve  $M$  pour que le système lâché sans vitesse initiale reste immobile ?
6. On suppose  $M$  inférieure à la valeur minimale trouvée précédemment. Exprimer l'accélération de  $m$ .

